Ëåêöèÿ L1

*λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå

*λ*-èñ÷èñëåíèå Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì Ïóçàðåíêî

3 ñåíòÿáðÿ 2020 ã.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

Ñîäåðæàíèå êóðñà

1 *λ*-èñ÷èñëåíèå

2 Êîíñòðóêòèâíàÿ ìàòåìàòèêà 3 Àâòîìàòû

4 Ãðàììàòèêè

5 Ýëåìåíòû òåîðèè âû÷èñëèìîñòè

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

Ñîäåðæàíèå

1 Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå 2 Òèïèçèðîâàííîå *λ*-èñ÷èñëåíèå 3 Êîíñòðóêòèâíàÿ ìàòåìàòèêà

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

Ìîòèâàöèÿ

Â òåîðèè ìíîæåñòâ ôóíêöèÿ èíòåðïðåòèðóåòñÿ êàê ãðàôèê. Çäåñü ìû ðàññìîòðèì ïðîòèâîïîëîæíóþ ñèòóàöèþ, êîãäà âñå ðàññìàòðèâàåìûå îáúåêòû ÿâëÿþòñÿ ôóíêöèÿìè, à íå ìíîæåñòâàìè.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

Ìîòèâàöèÿ

Â òåîðèè ìíîæåñòâ ôóíêöèÿ èíòåðïðåòèðóåòñÿ êàê ãðàôèê. Çäåñü ìû ðàññìîòðèì ïðîòèâîïîëîæíóþ ñèòóàöèþ, êîãäà âñå ðàññìàòðèâàåìûå îáúåêòû ÿâëÿþòñÿ ôóíêöèÿìè, à íå ìíîæåñòâàìè.

Ïðåäñòàâèì ñåáå âîîáðàæàåìûé ìèð, ñîñòîÿùèé òîëüêî èç ôóíêöèé, êîòîðûå ïîíèìàþòñÿ íå êàê ãðàôèêè, à êàê ïðåîáðàçîâàíèÿ, ïðàâèëà äåéñòâèÿ, ïåðåðàáàòûâàþùèå îäíè òàêèå ôóíêöèè ïðåîáðàçîâàíèÿ â äðóãèå. Èíà÷å ãîâîðÿ, â íàøåì ðàñïîðÿæåíèè èìåþòñÿ îáúåêòû, êîòîðûå ÿâëÿþòñÿ îäíîâðåìåííî è ôóíêöèÿìè, è îáúåêòàìè, ê êîòîðûì ýòè ôóíêöèè ïðèìåíÿþòñÿ, ïðè÷¼ì íå íàêëàäûâàþòñÿ íèêàêèå îãðàíè÷åíèÿ, ò. å. ëþáàÿ ôóíêöèÿ ìîæåò áûòü ïðèìåíåíà ê ëþáîé ôóíêöèè, âêëþ÷àÿ è ñàìó ñåáÿ. Ïîñëåäíåå íåâîçìîæíî ïðè òåîðåòèêî-ìíîæåñòâåííîé èíòåðïðåòàöèè.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

Ìîòèâàöèÿ

Òàêèìè îáúåêòàìè ìîãóò áûòü íåêîòîðûå òåêñòû ïðîãðàìì è ïðîöåäóð; îäíà ïðîãðàììà ìîæåò áûòü ïðèìåíåíà ê äðóãîé (ê ïðèìåðó, ïðîãðàììà êîìïèëÿòîð ïðèìåíÿåòñÿ ê ïðîãðàììå, íàïèñàííîé íà àëãîðèòìè÷åñêîì ÿçûêå ñ ïîëó÷åíèåì â ðåçóëüòàòå òåêñòà, ÿâëÿþùåãîñÿ ïðîãðàììîé â ìàøèííîì êîäå). Äðóãèì ïðèìåðîì ÿâëÿåòñÿ èñïîëüçîâàíèå â ðÿäå ÿçûêîâ ïðîãðàììèðîâàíèÿ ïðîöåäóð è ôóíêöèé â êà÷åñòâå àðãóìåíòîâ ïðîöåäóð è ôóíêöèé (â òîì ÷èñëå è ñàìèõ ñåáÿ).

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

Ìîòèâàöèÿ

Òàêèìè îáúåêòàìè ìîãóò áûòü íåêîòîðûå òåêñòû ïðîãðàìì è ïðîöåäóð; îäíà ïðîãðàììà ìîæåò áûòü ïðèìåíåíà ê äðóãîé (ê ïðèìåðó, ïðîãðàììà êîìïèëÿòîð ïðèìåíÿåòñÿ ê ïðîãðàììå, íàïèñàííîé íà àëãîðèòìè÷åñêîì ÿçûêå ñ ïîëó÷åíèåì â ðåçóëüòàòå òåêñòà, ÿâëÿþùåãîñÿ ïðîãðàììîé â ìàøèííîì êîäå). Äðóãèì ïðèìåðîì ÿâëÿåòñÿ èñïîëüçîâàíèå â ðÿäå ÿçûêîâ ïðîãðàììèðîâàíèÿ ïðîöåäóð è ôóíêöèé â êà÷åñòâå àðãóìåíòîâ ïðîöåäóð è ôóíêöèé (â òîì ÷èñëå è ñàìèõ ñåáÿ).

Êâàíòîð ôóíêöèîíàëüíîñòè *λx.t*(*x*), ãäå *t*(*x*) òåðì, îáðàçóåò âûðàæåíèå, èíòåðïðåòèðóåìîå êàê ôóíêöèÿ, àðãóìåíòîì êîòîðîé ÿâëÿåòñÿ *x*, à ðåçóëüòàòîì çíà÷åíèå *t*(*x*). Ñ òî÷êè çðåíèÿ *λ*-ÿçûêà óòâåðæäåíèå, ÷òî ïðîèçâîäíàÿ ôóíêöèè *ex*â òî÷êå 0 ðàâíî 1, çàïèñûâàåòñÿ êàê D(*λx.ex*)(0) = 1, ãäå D îïåðàòîð äèôôåðåíöèðîâàíèÿ, à 0 è 1 êîíñòàíòû ñ åñòåñòâåííîé èíòåðïðåòàöèåé.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

Ìîòèâàöèÿ

Áîëåå ñëîæíûì ïðèìåðîì ñëóæèò ôîðìóëà ïðîèçâîäíîé ïðîèçâåäåíèÿ

D*λx.*(*f* (*x*)*·g*(*x*)) = *λx.*((D*λx.f* (*x*))(*x*)*·g*(*x*)+*f* (*x*)*·*(D*λx.g*(*x*))(*x*)).

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

Ìîòèâàöèÿ

Áîëåå ñëîæíûì ïðèìåðîì ñëóæèò ôîðìóëà ïðîèçâîäíîé ïðîèçâåäåíèÿ

D*λx.*(*f* (*x*)*·g*(*x*)) = *λx.*((D*λx.f* (*x*))(*x*)*·g*(*x*)+*f* (*x*)*·*(D*λx.g*(*x*))(*x*)). Èäåè *λ*-èñ÷èñëåíèÿ è åãî ìîäåëè øèðîêî ïðèìåíÿþòñÿ â òåîðåòè÷åñêîé èíôîðìàòèêå, â îñíîâíîì â ôóíêöèîíàëüíîì ïðîãðàììèðîâàíèè. Ñàì ÿçûê ýòîãî èñ÷èñëåíèÿ ìîæåò ðàññìàòðèâàòüñÿ êàê ÿçûê ïðîãðàììèðîâàíèÿ. Èäåè *λ*-èñ÷èñëåíèÿ íàõîäÿò ïðèìåíåíèå â ìàòåìàòè÷åñêîé ëîãèêå, â ÷àñòíîñòè, â âû÷èñëèìîñòè.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

Ìîòèâàöèÿ

Äëÿ îïèñàíèÿ ôóíêöèé ìíîãèõ ïåðåìåííûõ õî÷åòñÿ ââåñòè ìíîãîìåñòíûé êâàíòîð òèïà *λx*1 *. . . xn.t*(*x*1*, . . . , xn*). Õ.Á. Êàððè ïîäìåòèë âàæíîå ïðåîáðàçîâàíèå (íàçûâàåìîå

ïðåîáðàçîâàíèåì Êàððè), áàçèðóþùååñÿ íà òîì, ÷òî ôóíêöèè ñèñòåìàòè÷åñêè òðàêòóþòñÿ êàê çíà÷åíèÿ. Âìåñòî *f* (*x, y*) áûë ðàññìîòðåí ôóíêöèîíàë *gf*, ñîïîñòàâëÿþùèé àðãóìåíòó *x* ôóíêöèþ, çàâèñÿùóþ îò *y*: *gf* (*x*)(*y*) = *f* (*x, y*). Òàêèì îáðàçîì, áåç îãðàíè÷åíèÿ îáùíîñòè äîñòàòî÷íî ðàññìàòðèâàòü ôóíêöèè îò îäíîãî àðãóìåíòà.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

Ìîòèâàöèÿ

Äëÿ îïèñàíèÿ ôóíêöèé ìíîãèõ ïåðåìåííûõ õî÷åòñÿ ââåñòè ìíîãîìåñòíûé êâàíòîð òèïà *λx*1 *. . . xn.t*(*x*1*, . . . , xn*). Õ.Á. Êàððè ïîäìåòèë âàæíîå ïðåîáðàçîâàíèå (íàçûâàåìîå

ïðåîáðàçîâàíèåì Êàððè), áàçèðóþùååñÿ íà òîì, ÷òî ôóíêöèè ñèñòåìàòè÷åñêè òðàêòóþòñÿ êàê çíà÷åíèÿ. Âìåñòî *f* (*x, y*) áûë ðàññìîòðåí ôóíêöèîíàë *gf*, ñîïîñòàâëÿþùèé àðãóìåíòó *x* ôóíêöèþ, çàâèñÿùóþ îò *y*: *gf* (*x*)(*y*) = *f* (*x, y*). Òàêèì îáðàçîì, áåç îãðàíè÷åíèÿ îáùíîñòè äîñòàòî÷íî ðàññìàòðèâàòü ôóíêöèè îò îäíîãî àðãóìåíòà.

Ïðåîáðàçîâàíèå Êàððè èìååò âàæíûå àíàëîãèè â

ïðîãðàììèðîâàíèè. Îíî ñîîòâåòñòâóåò ÷àñòè÷íîé ïàðàìåòðèçàöèè ïðîöåäóð. Åñëè èìååòñÿ ïðîöåäóðà *P*(*x*1*, x*2*, . . . , xn*), à èçâåñòíî ëèøü çíà÷åíèå *x*1 = *a*, ìîæíî òåì íå ìåíåå ïðîäåëàòü âíóòðè *P* âû÷èñëåíèÿ, çàâèñÿùèå ëèøü îò *x*1, è ïîëó÷èòü ÷àñòè÷íóþ ïðîöåäóðó *P*1(*x*2*, . . . , xn*) = *P*(*a, x*2*, . . . , xn*).

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Àëôàâèò *λ*-ÿçûêà

*λ*-ñèãíàòóðà. Ìíîæåñòâî *σ* êîíñòàíòíûõ ñèìâîëîâ. Ïåðåìåííûå. *v*0, *v*1, *. . .*, *vn*, *. . .*

Òî÷êà. *.*

Ñêîáêè. (, )

*λ*-Çíàê. *λ*

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Àëôàâèò *λ*-ÿçûêà

*λ*-ñèãíàòóðà. Ìíîæåñòâî *σ* êîíñòàíòíûõ ñèìâîëîâ. Ïåðåìåííûå. *v*0, *v*1, *. . .*, *vn*, *. . .*

Òî÷êà. *.*

Ñêîáêè. (, )

*λ*-Çíàê. *λ*

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì *λ*-òåðìû *λ*-ñèãíàòóðû *σ* èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Àëôàâèò *λ*-ÿçûêà

*λ*-ñèãíàòóðà. Ìíîæåñòâî *σ* êîíñòàíòíûõ ñèìâîëîâ. Ïåðåìåííûå. *v*0, *v*1, *. . .*, *vn*, *. . .*

Òî÷êà. *.*

Ñêîáêè. (, )

*λ*-Çíàê. *λ*

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì *λ*-òåðìû *λ*-ñèãíàòóðû *σ* èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ. Ïåðåìåííàÿ åñòü *λ*-òåðì;

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Àëôàâèò *λ*-ÿçûêà

*λ*-ñèãíàòóðà. Ìíîæåñòâî *σ* êîíñòàíòíûõ ñèìâîëîâ. Ïåðåìåííûå. *v*0, *v*1, *. . .*, *vn*, *. . .*

Òî÷êà. *.*

Ñêîáêè. (, )

*λ*-Çíàê. *λ*

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì *λ*-òåðìû *λ*-ñèãíàòóðû *σ* èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ. Ïåðåìåííàÿ åñòü *λ*-òåðì;

êîíñòàíòà ñèãíàòóðû *σ* åñòü *λ*-òåðì;

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Àëôàâèò *λ*-ÿçûêà

*λ*-ñèãíàòóðà. Ìíîæåñòâî *σ* êîíñòàíòíûõ ñèìâîëîâ. Ïåðåìåííûå. *v*0, *v*1, *. . .*, *vn*, *. . .*

Òî÷êà. *.*

Ñêîáêè. (, )

*λ*-Çíàê. *λ*

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì *λ*-òåðìû *λ*-ñèãíàòóðû *σ* èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ. Ïåðåìåííàÿ åñòü *λ*-òåðì;

êîíñòàíòà ñèãíàòóðû *σ* åñòü *λ*-òåðì;

åñëè *A* è *B*  *λ*-òåðìû, òî (*AB*) åñòü *λ*-òåðì;

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Àëôàâèò *λ*-ÿçûêà

*λ*-ñèãíàòóðà. Ìíîæåñòâî *σ* êîíñòàíòíûõ ñèìâîëîâ. Ïåðåìåííûå. *v*0, *v*1, *. . .*, *vn*, *. . .*

Òî÷êà. *.*

Ñêîáêè. (, )

*λ*-Çíàê. *λ*

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì *λ*-òåðìû *λ*-ñèãíàòóðû *σ* èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ. Ïåðåìåííàÿ åñòü *λ*-òåðì;

êîíñòàíòà ñèãíàòóðû *σ* åñòü *λ*-òåðì;

åñëè *A* è *B*  *λ*-òåðìû, òî (*AB*) åñòü *λ*-òåðì;

åñëè *A*  *λ*-òåðì è *x*  ïåðåìåííàÿ, òî *λx.A* åñòü *λ*-òåðì;

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Àëôàâèò *λ*-ÿçûêà

*λ*-ñèãíàòóðà. Ìíîæåñòâî *σ* êîíñòàíòíûõ ñèìâîëîâ. Ïåðåìåííûå. *v*0, *v*1, *. . .*, *vn*, *. . .*

Òî÷êà. *.*

Ñêîáêè. (, )

*λ*-Çíàê. *λ*

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì *λ*-òåðìû *λ*-ñèãíàòóðû *σ* èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ. Ïåðåìåííàÿ åñòü *λ*-òåðì;

êîíñòàíòà ñèãíàòóðû *σ* åñòü *λ*-òåðì;

åñëè *A* è *B*  *λ*-òåðìû, òî (*AB*) åñòü *λ*-òåðì;

åñëè *A*  *λ*-òåðì è *x*  ïåðåìåííàÿ, òî *λx.A* åñòü *λ*-òåðì; äðóãèõ *λ*-òåðìîâ íåò.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Ïðèìåðû

Ñëåäóþùèå ñëîâà ÿâëÿþòñÿ *λ*-òåðìàìè:

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Ïðèìåðû

Ñëåäóþùèå ñëîâà ÿâëÿþòñÿ *λ*-òåðìàìè: 1 *λx.x*

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Ïðèìåðû

Ñëåäóþùèå ñëîâà ÿâëÿþòñÿ *λ*-òåðìàìè: 1 *λx.x*

2 *λy.λx.*(*xy*)

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Ïðèìåðû

Ñëåäóþùèå ñëîâà ÿâëÿþòñÿ *λ*-òåðìàìè: 1 *λx.x*

2 *λy.λx.*(*xy*)

3 ((*y*(*xy*))(*xz*))

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Ïðèìåðû

Ñëåäóþùèå ñëîâà ÿâëÿþòñÿ *λ*-òåðìàìè:

1 *λx.x*

2 *λy.λx.*(*xy*)

3 ((*y*(*xy*))(*xz*))

Ïðåäëîæåíèå L1 (îá îäíîçíà÷íîñòè *λ*-òåðìà)

Äëÿ êàæäîãî *λ*-òåðìà *T* âûïîëíåíî îäíî è òîëüêî îäíî èç ñëåäóþùèõ óñëîâèé:

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Ïðèìåðû

Ñëåäóþùèå ñëîâà ÿâëÿþòñÿ *λ*-òåðìàìè:

1 *λx.x*

2 *λy.λx.*(*xy*)

3 ((*y*(*xy*))(*xz*))

Ïðåäëîæåíèå L1 (îá îäíîçíà÷íîñòè *λ*-òåðìà)

Äëÿ êàæäîãî *λ*-òåðìà *T* âûïîëíåíî îäíî è òîëüêî îäíî èç ñëåäóþùèõ óñëîâèé:

1 ñóùåñòâóåò åäèíñòâåííàÿ êîíñòàíòà c *∈ σ* òàêàÿ, ÷òî *T* = c;

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Ïðèìåðû

Ñëåäóþùèå ñëîâà ÿâëÿþòñÿ *λ*-òåðìàìè:

1 *λx.x*

2 *λy.λx.*(*xy*)

3 ((*y*(*xy*))(*xz*))

Ïðåäëîæåíèå L1 (îá îäíîçíà÷íîñòè *λ*-òåðìà)

Äëÿ êàæäîãî *λ*-òåðìà *T* âûïîëíåíî îäíî è òîëüêî îäíî èç ñëåäóþùèõ óñëîâèé:

1 ñóùåñòâóåò åäèíñòâåííàÿ êîíñòàíòà c *∈ σ* òàêàÿ, ÷òî *T* = c; 2 ñóùåñòâóåò åäèíñòâåííàÿ ïåðåìåííàÿ *x* òàêàÿ, ÷òî *T* = *x*;

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Ïðèìåðû

Ñëåäóþùèå ñëîâà ÿâëÿþòñÿ *λ*-òåðìàìè:

1 *λx.x*

2 *λy.λx.*(*xy*)

3 ((*y*(*xy*))(*xz*))

Ïðåäëîæåíèå L1 (îá îäíîçíà÷íîñòè *λ*-òåðìà)

Äëÿ êàæäîãî *λ*-òåðìà *T* âûïîëíåíî îäíî è òîëüêî îäíî èç ñëåäóþùèõ óñëîâèé:

1 ñóùåñòâóåò åäèíñòâåííàÿ êîíñòàíòà c *∈ σ* òàêàÿ, ÷òî *T* = c; 2 ñóùåñòâóåò åäèíñòâåííàÿ ïåðåìåííàÿ *x* òàêàÿ, ÷òî *T* = *x*; 3 íàéäóòñÿ è ïðèòîì åäèíñòâåííûå *λ*-òåðìû *A* è *B* òàêèå, ÷òî *T* = (*AB*);

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Ïðèìåðû

Ñëåäóþùèå ñëîâà ÿâëÿþòñÿ *λ*-òåðìàìè:

1 *λx.x*

2 *λy.λx.*(*xy*)

3 ((*y*(*xy*))(*xz*))

Ïðåäëîæåíèå L1 (îá îäíîçíà÷íîñòè *λ*-òåðìà)

Äëÿ êàæäîãî *λ*-òåðìà *T* âûïîëíåíî îäíî è òîëüêî îäíî èç ñëåäóþùèõ óñëîâèé:

1 ñóùåñòâóåò åäèíñòâåííàÿ êîíñòàíòà c *∈ σ* òàêàÿ, ÷òî *T* = c; 2 ñóùåñòâóåò åäèíñòâåííàÿ ïåðåìåííàÿ *x* òàêàÿ, ÷òî *T* = *x*; 3 íàéäóòñÿ è ïðèòîì åäèíñòâåííûå *λ*-òåðìû *A* è *B* òàêèå, ÷òî *T* = (*AB*);

4 íàéäóòñÿ è ïðèòîì åäèíñòâåííûå ïåðåìåííàÿ *x* è *λ*-òåðì *A* òàêèå, ÷òî *T* = *λx.A*.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì ìíîæåñòâî *ST*(*T*) ïîäòåðìîâ *λ*-òåðìà *T* èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ:

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì ìíîæåñòâî *ST*(*T*) ïîäòåðìîâ *λ*-òåðìà *T* èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ:

åñëè *T*  ïåðåìåííàÿ èëè êîíñòàíòà, òî *ST*(*T*) = *{T}*;

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì ìíîæåñòâî *ST*(*T*) ïîäòåðìîâ *λ*-òåðìà *T* èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ:

åñëè *T*  ïåðåìåííàÿ èëè êîíñòàíòà, òî *ST*(*T*) = *{T}*; åñëè *T* èìååò âèä (*AB*), òî

*ST*(*T*) = *{*(*AB*)*} ∪ ST*(*A*) *∪ ST*(*B*), ãäå *A* è *B*  *λ*-òåðìû;

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì ìíîæåñòâî *ST*(*T*) ïîäòåðìîâ *λ*-òåðìà *T* èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ:

åñëè *T*  ïåðåìåííàÿ èëè êîíñòàíòà, òî *ST*(*T*) = *{T}*; åñëè *T* èìååò âèä (*AB*), òî

*ST*(*T*) = *{*(*AB*)*} ∪ ST*(*A*) *∪ ST*(*B*), ãäå *A* è *B*  *λ*-òåðìû; åñëè *T* èìååò âèä *λx.A*, òî *ST*(*T*) = *{λx.A} ∪ ST*(*A*), ãäå *A*  *λ*-òåðì è *x*  ïåðåìåííàÿ.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì ìíîæåñòâî *ST*(*T*) ïîäòåðìîâ *λ*-òåðìà *T* èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ:

åñëè *T*  ïåðåìåííàÿ èëè êîíñòàíòà, òî *ST*(*T*) = *{T}*; åñëè *T* èìååò âèä (*AB*), òî

*ST*(*T*) = *{*(*AB*)*} ∪ ST*(*A*) *∪ ST*(*B*), ãäå *A* è *B*  *λ*-òåðìû; åñëè *T* èìååò âèä *λx.A*, òî *ST*(*T*) = *{λx.A} ∪ ST*(*A*), ãäå *A*  *λ*-òåðì è *x*  ïåðåìåííàÿ.

Ïðèìåðû

1 Åñëè *T* = *λx.x*, òî *ST*(*T*) = *{x, λx.x}*.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì ìíîæåñòâî *ST*(*T*) ïîäòåðìîâ *λ*-òåðìà *T* èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ:

åñëè *T*  ïåðåìåííàÿ èëè êîíñòàíòà, òî *ST*(*T*) = *{T}*; åñëè *T* èìååò âèä (*AB*), òî

*ST*(*T*) = *{*(*AB*)*} ∪ ST*(*A*) *∪ ST*(*B*), ãäå *A* è *B*  *λ*-òåðìû; åñëè *T* èìååò âèä *λx.A*, òî *ST*(*T*) = *{λx.A} ∪ ST*(*A*), ãäå *A*  *λ*-òåðì è *x*  ïåðåìåííàÿ.

Ïðèìåðû

1 Åñëè *T* = *λx.x*, òî *ST*(*T*) = *{x, λx.x}*.

2 Åñëè *T* = *λy.λx.*(*xy*), òî

*ST*(*T*) = *{x, y,*(*xy*)*, λx.*(*xy*)*, λy.λx.*(*xy*)*}*.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì ìíîæåñòâî *ST*(*T*) ïîäòåðìîâ *λ*-òåðìà *T* èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ:

åñëè *T*  ïåðåìåííàÿ èëè êîíñòàíòà, òî *ST*(*T*) = *{T}*; åñëè *T* èìååò âèä (*AB*), òî

*ST*(*T*) = *{*(*AB*)*} ∪ ST*(*A*) *∪ ST*(*B*), ãäå *A* è *B*  *λ*-òåðìû; åñëè *T* èìååò âèä *λx.A*, òî *ST*(*T*) = *{λx.A} ∪ ST*(*A*), ãäå *A*  *λ*-òåðì è *x*  ïåðåìåííàÿ.

Ïðèìåðû

1 Åñëè *T* = *λx.x*, òî *ST*(*T*) = *{x, λx.x}*.

2 Åñëè *T* = *λy.λx.*(*xy*), òî

*ST*(*T*) = *{x, y,*(*xy*)*, λx.*(*xy*)*, λy.λx.*(*xy*)*}*.

3 Åñëè *T* = ((*y*(*xy*))(*xz*)), òî

*ST*(*T*) = *{x, y, z,*(*xy*)*,*(*xz*)*,*(*y*(*xy*))*,*((*y*(*xy*))(*xz*))*}*.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Êàê è äëÿ ôîðìóë è òåðìîâ ÈÏ, *λ*-òåðìàì ìîæíî ñîïîñòàâèòü äåðåâî ïîñòðîåíèÿ, ïðè÷¼ì ïîñòðîåíèå ïîäòåðìà áóäåò ñîîòâåòñòâîâàòü ïîääåðåâó.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Êàê è äëÿ ôîðìóë è òåðìîâ ÈÏ, *λ*-òåðìàì ìîæíî ñîïîñòàâèòü äåðåâî ïîñòðîåíèÿ, ïðè÷¼ì ïîñòðîåíèå ïîäòåðìà áóäåò ñîîòâåòñòâîâàòü ïîääåðåâó.

Ëåììà L1 (î ïîäòåðìàõ)

Åñëè *R*  âõîæäåíèå ïîäòåðìà â *λ*-òåðì *T*, òî äåðåâî ïîðîæäåíèÿ *R* ÿâëÿåòñÿ ïîääåðåâîì äåðåâà äëÿ *T*.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì ìíîæåñòâî *FV*(*T*) ñâîáîäíûõ ïåðåìåííûõ *λ*-òåðìà *T* èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ:

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì ìíîæåñòâî *FV*(*T*) ñâîáîäíûõ ïåðåìåííûõ *λ*-òåðìà *T* èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ:

åñëè *T* = c êîíñòàíòà, òî *FV*(*T*) = ∅;

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì ìíîæåñòâî *FV*(*T*) ñâîáîäíûõ ïåðåìåííûõ *λ*-òåðìà *T* èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ:

åñëè *T* = c êîíñòàíòà, òî *FV*(*T*) = ∅;

åñëè *T* = *x*  ïåðåìåííàÿ, òî *FV*(*T*) = *{x}*;

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì ìíîæåñòâî *FV*(*T*) ñâîáîäíûõ ïåðåìåííûõ *λ*-òåðìà *T* èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ:

åñëè *T* = c êîíñòàíòà, òî *FV*(*T*) = ∅;

åñëè *T* = *x*  ïåðåìåííàÿ, òî *FV*(*T*) = *{x}*;

åñëè *T* èìååò âèä (*AB*), òî *FV*(*T*) = *FV*(*A*) *∪ FV*(*B*), ãäå *A* è *B*  *λ*-òåðìû;

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì ìíîæåñòâî *FV*(*T*) ñâîáîäíûõ ïåðåìåííûõ *λ*-òåðìà *T* èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ:

åñëè *T* = c êîíñòàíòà, òî *FV*(*T*) = ∅;

åñëè *T* = *x*  ïåðåìåííàÿ, òî *FV*(*T*) = *{x}*;

åñëè *T* èìååò âèä (*AB*), òî *FV*(*T*) = *FV*(*A*) *∪ FV*(*B*), ãäå *A* è *B*  *λ*-òåðìû;

åñëè *T* èìååò âèä *λx.A*, òî *FV*(*T*) = *FV*(*A*) *\ {x}*, ãäå *A*  *λ*-òåðì è *x*  ïåðåìåííàÿ.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì ìíîæåñòâî *FV*(*T*) ñâîáîäíûõ ïåðåìåííûõ *λ*-òåðìà *T* èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ:

åñëè *T* = c êîíñòàíòà, òî *FV*(*T*) = ∅;

åñëè *T* = *x*  ïåðåìåííàÿ, òî *FV*(*T*) = *{x}*;

åñëè *T* èìååò âèä (*AB*), òî *FV*(*T*) = *FV*(*A*) *∪ FV*(*B*), ãäå *A* è *B*  *λ*-òåðìû;

åñëè *T* èìååò âèä *λx.A*, òî *FV*(*T*) = *FV*(*A*) *\ {x}*, ãäå *A*  *λ*-òåðì è *x*  ïåðåìåííàÿ.

Ïðèìåðû

1 Åñëè *T* = *λx.x*, òî *FV*(*T*) = ∅.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì ìíîæåñòâî *FV*(*T*) ñâîáîäíûõ ïåðåìåííûõ *λ*-òåðìà *T* èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ:

åñëè *T* = c êîíñòàíòà, òî *FV*(*T*) = ∅;

åñëè *T* = *x*  ïåðåìåííàÿ, òî *FV*(*T*) = *{x}*;

åñëè *T* èìååò âèä (*AB*), òî *FV*(*T*) = *FV*(*A*) *∪ FV*(*B*), ãäå *A* è *B*  *λ*-òåðìû;

åñëè *T* èìååò âèä *λx.A*, òî *FV*(*T*) = *FV*(*A*) *\ {x}*, ãäå *A*  *λ*-òåðì è *x*  ïåðåìåííàÿ.

Ïðèìåðû

1 Åñëè *T* = *λx.x*, òî *FV*(*T*) = ∅.

2 Åñëè *T* = *λy.λx.*(*xy*), òî *FV*(*T*) = ∅.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì ìíîæåñòâî *FV*(*T*) ñâîáîäíûõ ïåðåìåííûõ *λ*-òåðìà *T* èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ:

åñëè *T* = c êîíñòàíòà, òî *FV*(*T*) = ∅;

åñëè *T* = *x*  ïåðåìåííàÿ, òî *FV*(*T*) = *{x}*;

åñëè *T* èìååò âèä (*AB*), òî *FV*(*T*) = *FV*(*A*) *∪ FV*(*B*), ãäå *A* è *B*  *λ*-òåðìû;

åñëè *T* èìååò âèä *λx.A*, òî *FV*(*T*) = *FV*(*A*) *\ {x}*, ãäå *A*  *λ*-òåðì è *x*  ïåðåìåííàÿ.

Ïðèìåðû

1 Åñëè *T* = *λx.x*, òî *FV*(*T*) = ∅.

2 Åñëè *T* = *λy.λx.*(*xy*), òî *FV*(*T*) = ∅.

3 Åñëè *T* = ((*y*(*xy*))(*xz*)), òî *FV*(*T*) = *{x, y, z}*.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

1 Âõîæäåíèå *η* ïåðåìåííîé *x* â *λ*-òåðì *t* íàçûâàåòñÿ ñâîáîäíûì, åñëè îíî íå íàõîäèòñÿ ïîä äåéñòâèåì *λ*-êâàíòîðà, à èìåííî, íå ñóùåñòâóåò ïîäòåðìà *t0*âèäà *λx.r* òåðìà *t*, ñîäåðæàùåãî âõîæäåíèå *η*.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

1 Âõîæäåíèå *η* ïåðåìåííîé *x* â *λ*-òåðì *t* íàçûâàåòñÿ ñâîáîäíûì, åñëè îíî íå íàõîäèòñÿ ïîä äåéñòâèåì *λ*-êâàíòîðà, à èìåííî, íå ñóùåñòâóåò ïîäòåðìà *t0*âèäà *λx.r* òåðìà *t*, ñîäåðæàùåãî âõîæäåíèå *η*.

2 Òåðì *r* íàçûâàåòñÿ ñâîáîäíûì äëÿ ïåðåìåííîé *x* â òåðìå *t*, åñëè íå ñóùåñòâóåò ñâîáîäíîãî âõîæäåíèÿ ïåðåìåííîé *x* â òåðìå *t*, íàõîäÿùåãîñÿ ïîä äåéñòâèåì êâàíòîðà *λy.*, ãäå *y ∈* FV(*r*).

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

1 Âõîæäåíèå *η* ïåðåìåííîé *x* â *λ*-òåðì *t* íàçûâàåòñÿ ñâîáîäíûì, åñëè îíî íå íàõîäèòñÿ ïîä äåéñòâèåì *λ*-êâàíòîðà, à èìåííî, íå ñóùåñòâóåò ïîäòåðìà *t0*âèäà *λx.r* òåðìà *t*, ñîäåðæàùåãî âõîæäåíèå *η*.

2 Òåðì *r* íàçûâàåòñÿ ñâîáîäíûì äëÿ ïåðåìåííîé *x* â òåðìå *t*, åñëè íå ñóùåñòâóåò ñâîáîäíîãî âõîæäåíèÿ ïåðåìåííîé *x* â òåðìå *t*, íàõîäÿùåãîñÿ ïîä äåéñòâèåì êâàíòîðà *λy.*, ãäå *y ∈* FV(*r*).

Ïðèìåðû

*t* = *λx.*(*yx*), *r* = *y*; òåðì *r* ñâîáîäåí äëÿ *x* â *t*.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

1 Âõîæäåíèå *η* ïåðåìåííîé *x* â *λ*-òåðì *t* íàçûâàåòñÿ ñâîáîäíûì, åñëè îíî íå íàõîäèòñÿ ïîä äåéñòâèåì *λ*-êâàíòîðà, à èìåííî, íå ñóùåñòâóåò ïîäòåðìà *t0*âèäà *λx.r* òåðìà *t*, ñîäåðæàùåãî âõîæäåíèå *η*.

2 Òåðì *r* íàçûâàåòñÿ ñâîáîäíûì äëÿ ïåðåìåííîé *x* â òåðìå *t*, åñëè íå ñóùåñòâóåò ñâîáîäíîãî âõîæäåíèÿ ïåðåìåííîé *x* â òåðìå *t*, íàõîäÿùåãîñÿ ïîä äåéñòâèåì êâàíòîðà *λy.*, ãäå *y ∈* FV(*r*).

Ïðèìåðû

*t* = *λx.*(*yx*), *r* = *y*; òåðì *r* ñâîáîäåí äëÿ *x* â *t*.

*t* = *λy.*(*yx*), *r* = *λy.y*; òåðì *r* ñâîáîäåí äëÿ *x* â *t*.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

1 Âõîæäåíèå *η* ïåðåìåííîé *x* â *λ*-òåðì *t* íàçûâàåòñÿ ñâîáîäíûì, åñëè îíî íå íàõîäèòñÿ ïîä äåéñòâèåì *λ*-êâàíòîðà, à èìåííî, íå ñóùåñòâóåò ïîäòåðìà *t0*âèäà *λx.r* òåðìà *t*, ñîäåðæàùåãî âõîæäåíèå *η*.

2 Òåðì *r* íàçûâàåòñÿ ñâîáîäíûì äëÿ ïåðåìåííîé *x* â òåðìå *t*, åñëè íå ñóùåñòâóåò ñâîáîäíîãî âõîæäåíèÿ ïåðåìåííîé *x* â òåðìå *t*, íàõîäÿùåãîñÿ ïîä äåéñòâèåì êâàíòîðà *λy.*, ãäå *y ∈* FV(*r*).

Ïðèìåðû

*t* = *λx.*(*yx*), *r* = *y*; òåðì *r* ñâîáîäåí äëÿ *x* â *t*.

*t* = *λy.*(*yx*), *r* = *λy.y*; òåðì *r* ñâîáîäåí äëÿ *x* â *t*.

*t* = *λy.*(*yx*), *r* = *y*; òåðì *r* ñâÿçàí äëÿ *x* â *t*.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

Ïóñòü *x*  ïåðåìåííàÿ, *T* è *R*  *λ*-òåðìû, ïðè÷¼ì *R* ñâîáîäåí äëÿ *x* â *T*. Îïðåäåëèì ïîäñòàíîâêó [*T*]*xR λ*-òåðìà *R* âìåñòî ïåðåìåííîé *x* â *λ*-òåðìå *T* (èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ *λ*-òåðìà *T*):

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

Ïóñòü *x*  ïåðåìåííàÿ, *T* è *R*  *λ*-òåðìû, ïðè÷¼ì *R* ñâîáîäåí äëÿ *x* â *T*. Îïðåäåëèì ïîäñòàíîâêó [*T*]*xR λ*-òåðìà *R* âìåñòî ïåðåìåííîé *x* â *λ*-òåðìå *T* (èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ *λ*-òåðìà *T*):

åñëè *T* = c êîíñòàíòà, òî [*T*]*xR* = *T*;

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

Ïóñòü *x*  ïåðåìåííàÿ, *T* è *R*  *λ*-òåðìû, ïðè÷¼ì *R* ñâîáîäåí äëÿ *x* â *T*. Îïðåäåëèì ïîäñòàíîâêó [*T*]*xR λ*-òåðìà *R* âìåñòî ïåðåìåííîé *x* â *λ*-òåðìå *T* (èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ *λ*-òåðìà *T*):

åñëè *T* = c êîíñòàíòà, òî [*T*]*xR* = *T*;

åñëè *T* = *x*, òî [*T*]*xR* = *R*;

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

Ïóñòü *x*  ïåðåìåííàÿ, *T* è *R*  *λ*-òåðìû, ïðè÷¼ì *R* ñâîáîäåí äëÿ *x* â *T*. Îïðåäåëèì ïîäñòàíîâêó [*T*]*xR λ*-òåðìà *R* âìåñòî ïåðåìåííîé *x* â *λ*-òåðìå *T* (èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ *λ*-òåðìà *T*):

åñëè *T* = c êîíñòàíòà, òî [*T*]*xR* = *T*;

åñëè *T* = *x*, òî [*T*]*xR* = *R*;

åñëè *T* = *y*  ïåðåìåííàÿ, *y 6*= *x*, òî [*T*]*xR* = *T*;

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

Ïóñòü *x*  ïåðåìåííàÿ, *T* è *R*  *λ*-òåðìû, ïðè÷¼ì *R* ñâîáîäåí äëÿ *x* â *T*. Îïðåäåëèì ïîäñòàíîâêó [*T*]*xR λ*-òåðìà *R* âìåñòî ïåðåìåííîé *x* â *λ*-òåðìå *T* (èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ *λ*-òåðìà *T*):

åñëè *T* = c êîíñòàíòà, òî [*T*]*xR* = *T*;

åñëè *T* = *x*, òî [*T*]*xR* = *R*;

åñëè *T* = *y*  ïåðåìåííàÿ, *y 6*= *x*, òî [*T*]*xR* = *T*;

åñëè *T* èìååò âèä (*AB*), òî [*T*]*xR* = ([*A*]*xR*[*B*]*xR*), ãäå *A* è *B*  *λ*-òåðìû;

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

Ïóñòü *x*  ïåðåìåííàÿ, *T* è *R*  *λ*-òåðìû, ïðè÷¼ì *R* ñâîáîäåí äëÿ *x* â *T*. Îïðåäåëèì ïîäñòàíîâêó [*T*]*xR λ*-òåðìà *R* âìåñòî ïåðåìåííîé *x* â *λ*-òåðìå *T* (èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ *λ*-òåðìà *T*):

åñëè *T* = c êîíñòàíòà, òî [*T*]*xR* = *T*;

åñëè *T* = *x*, òî [*T*]*xR* = *R*;

åñëè *T* = *y*  ïåðåìåííàÿ, *y 6*= *x*, òî [*T*]*xR* = *T*;

åñëè *T* èìååò âèä (*AB*), òî [*T*]*xR* = ([*A*]*xR*[*B*]*xR*), ãäå *A* è *B*  *λ*-òåðìû;

åñëè *T* èìååò âèä *λx.A*, òî [*T*]*xR* = *T*, ãäå *A*  *λ*-òåðì;

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Îïðåäåëåíèå

Ïóñòü *x*  ïåðåìåííàÿ, *T* è *R*  *λ*-òåðìû, ïðè÷¼ì *R* ñâîáîäåí äëÿ *x* â *T*. Îïðåäåëèì ïîäñòàíîâêó [*T*]*xR λ*-òåðìà *R* âìåñòî ïåðåìåííîé *x* â *λ*-òåðìå *T* (èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ *λ*-òåðìà *T*):

åñëè *T* = c êîíñòàíòà, òî [*T*]*xR* = *T*;

åñëè *T* = *x*, òî [*T*]*xR* = *R*;

åñëè *T* = *y*  ïåðåìåííàÿ, *y 6*= *x*, òî [*T*]*xR* = *T*;

åñëè *T* èìååò âèä (*AB*), òî [*T*]*xR* = ([*A*]*xR*[*B*]*xR*), ãäå *A* è *B*  *λ*-òåðìû;

åñëè *T* èìååò âèä *λx.A*, òî [*T*]*xR* = *T*, ãäå *A*  *λ*-òåðì; åñëè *T* èìååò âèä *λy.A*, òî [*T*]*xR* = *λy.*[*A*]*xR*, ãäå *A*  *λ*-òåðì, *y 6*= *x*  ïåðåìåííàÿ;

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Ïðèìåðû

1 Åñëè *T* = *λx.x*, òî [*T*]*xR* = *T*.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Ïðèìåðû

1 Åñëè *T* = *λx.x*, òî [*T*]*xR* = *T*. 2 Åñëè *T* = *λy.λx.*(*xy*), òî [*T*]*xR* = *T*.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Ïðèìåðû

1 Åñëè *T* = *λx.x*, òî [*T*]*xR* = *T*.

2 Åñëè *T* = *λy.λx.*(*xy*), òî [*T*]*xR* = *T*.

3 Åñëè *T* = *λy.*(*xy*), òî [*T*]*xR* = *λy.*(*Ry*), åñëè *y 6∈ FV*(*R*);

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû

Ïðèìåðû

1 Åñëè *T* = *λx.x*, òî [*T*]*xR* = *T*.

2 Åñëè *T* = *λy.λx.*(*xy*), òî [*T*]*xR* = *T*.

3 Åñëè *T* = *λy.*(*xy*), òî [*T*]*xR* = *λy.*(*Ry*), åñëè *y 6∈ FV*(*R*); 4 Åñëè *T* = ((*y*(*xy*))(*xz*)), òî [*T*]*xR* = ((*y*(*Ry*))(*Rz*)).

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*β*-êîíâåðñèÿ

Ïðåîáðàçîâàíèå *β*-êîíâåðñèè ñîñòîèò â ñèìâîëüíîì âû÷èñëåíèè ðåçóëüòàòà âûçîâà ôóíêöèè *λx.T*(*x*) â òî÷êå *R*. Ñòðåëêà *→* ÷èòàåòñÿ êàê çà îäèí øàã ïåðåõîäèò â , à ñòðåëêà *⇒*  êàê ïðåîáðàçóåòñÿ â (òðàíçèòèâíîå è ðåôëåêñèâíîå çàìûêàíèÿ îòíîøåíèÿ *→*). Ïðåîáðàçîâàíèå

(*λx.TR*) *→* [*T*]*xR*(1)

íàçûâàåòñÿ *β*-êîíâåðñèåé.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*β*-êîíâåðñèÿ

Ïðåîáðàçîâàíèå *β*-êîíâåðñèè ñîñòîèò â ñèìâîëüíîì âû÷èñëåíèè ðåçóëüòàòà âûçîâà ôóíêöèè *λx.T*(*x*) â òî÷êå *R*. Ñòðåëêà *→* ÷èòàåòñÿ êàê çà îäèí øàã ïåðåõîäèò â , à ñòðåëêà *⇒*  êàê ïðåîáðàçóåòñÿ â (òðàíçèòèâíîå è ðåôëåêñèâíîå çàìûêàíèÿ îòíîøåíèÿ *→*). Ïðåîáðàçîâàíèå

(*λx.TR*) *→* [*T*]*xR*(1)

íàçûâàåòñÿ *β*-êîíâåðñèåé.

Ïðèìåð.

*λx.x* åñòü òîæäåñòâåííàÿ ôóíêöèÿ. Â ñàìîì äåëå, (*λx.xT*) *⇒ T* äëÿ ëþáîãî *T*. Îáîçíà÷èâ *λ*-òåðì *λx.x* ÷åðåç I, ìîæíî çàïèñàòü ýòî âûðàæåíèå êàê (I*T*) *⇒ T*. Â ÷àñòíîñòè, (II) *⇒* I.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

Èñ÷èñëåíèå *λ*-êîíâåðñèé

Àêñèîìû

(*λx.TR*) *⇒* [*T*]*xR*(*β*-êîíâåðñèÿ) *T ⇒ T* (ðåôëåêñèâíîñòü)

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

Èñ÷èñëåíèå *λ*-êîíâåðñèé

Àêñèîìû

(*λx.TR*) *⇒* [*T*]*xR*(*β*-êîíâåðñèÿ)

*T ⇒ T* (ðåôëåêñèâíîñòü)

Ïðàâèëà âûâîäà

*T ⇒ U*; *U ⇒ R*

*T ⇒ R*(òðàíçèòèâíîñòü)

*T ⇒ U*

(*TR*) *⇒* (*UR*)(ïðåîáðàçîâàíèå ôóíêöèè) *T ⇒ U*

(*RT*) *⇒* (*RU*)(ïðåîáðàçîâàíèå àðãóìåíòà) *T ⇒ U*

*λx.T ⇒ λx.U*(ïðåîáðàçîâàíèå *ξ*)

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

Èñ÷èñëåíèå *λ*-êîíâåðñèé

Ïðèìåð

Ðàññìîòðèì *λ*-òåðìû

Ψ = *λx.*(*xx*); Ω = (ΨΨ) = (*λx.*(*xx*)*λx.*(*xx*))*.*

Ïî àêñèîìå *β*-êîíâåðñèè, Ω ïðåîáðàçóåòñÿ â [(*xx*)]*x*Ψ = (ΨΨ) = Ω. Èòàê, Ω êîíâåðòèðóåòñÿ â ñåáÿ.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

Èñ÷èñëåíèå *λ*-êîíâåðñèé

Ïðèìåð

Ðàññìîòðèì *λ*-òåðìû

Ψ = *λx.*(*xx*); Ω = (ΨΨ) = (*λx.*(*xx*)*λx.*(*xx*))*.*

Ïî àêñèîìå *β*-êîíâåðñèè, Ω ïðåîáðàçóåòñÿ â [(*xx*)]*x*Ψ = (ΨΨ) = Ω. Èòàê, Ω êîíâåðòèðóåòñÿ â ñåáÿ.

Ω è ïàðàäîêñ Ðàññåëà

Ðàññìîòðèì ìíîæåñòâî âñåõ ìíîæåñòâ, ÿâëÿþùèõñÿ ñîáñòâåííûìè ýëåìåíòàìè: *Z* = *{x | x ∈ x}*. Òîãäà *Z ∈ Z ⇔ Z ∈ {x | x ∈ x} ⇔ Z ∈ Z*. Õîòÿ çäåñü ìû è íå ïîëó÷èëè ãðóáîãî ïðîòèâîðå÷èÿ, ìû âûñâåòèëè ëîãè÷åñêóþ îñíîâó ïàðàäîêñà Ðàññåëà è ìíîãèõ äðóãèõ ïàðàäîêñîâ: óäàðÿÿñü â àáñòðàêöèè, ñëèøêîì ëåãêî îïðåäåëèòü ïîíÿòèÿ, íå ñîäåðæàùèå íè÷åãî, êðîìå ñàìèõ ñåáÿ.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

Èñ÷èñëåíèå *λ*-êîíâåðñèé

Îïðåäåëåíèå

1 *λ*-Òåðì *T* íàçûâàåòñÿ íîðìàëüíûì, åñëè ê åãî ïîäòåðìàì íå ïðèìåíèìà *β*-êîíâåðñèÿ.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

Èñ÷èñëåíèå *λ*-êîíâåðñèé

Îïðåäåëåíèå

1 *λ*-Òåðì *T* íàçûâàåòñÿ íîðìàëüíûì, åñëè ê åãî ïîäòåðìàì íå ïðèìåíèìà *β*-êîíâåðñèÿ.

2 *λ*-Òåðì *T* íàçûâàåòñÿ íîðìàëèçóåìûì, åñëè ñóùåñòâóåò íîðìàëüíûé *λ*-òåðì *S* òàêîé, ÷òî *T ⇒ R*.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

Èñ÷èñëåíèå *λ*-êîíâåðñèé

Îïðåäåëåíèå

1 *λ*-Òåðì *T* íàçûâàåòñÿ íîðìàëüíûì, åñëè ê åãî ïîäòåðìàì íå ïðèìåíèìà *β*-êîíâåðñèÿ.

2 *λ*-Òåðì *T* íàçûâàåòñÿ íîðìàëèçóåìûì, åñëè ñóùåñòâóåò íîðìàëüíûé *λ*-òåðì *S* òàêîé, ÷òî *T ⇒ R*.

Ïðèìåðû

1 (*xy*), *λx.x*, *λx.*(*xy*) íîðìàëüíûå.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

Èñ÷èñëåíèå *λ*-êîíâåðñèé

Îïðåäåëåíèå

1 *λ*-Òåðì *T* íàçûâàåòñÿ íîðìàëüíûì, åñëè ê åãî ïîäòåðìàì íå ïðèìåíèìà *β*-êîíâåðñèÿ.

2 *λ*-Òåðì *T* íàçûâàåòñÿ íîðìàëèçóåìûì, åñëè ñóùåñòâóåò íîðìàëüíûé *λ*-òåðì *S* òàêîé, ÷òî *T ⇒ R*.

Ïðèìåðû

1 (*xy*), *λx.x*, *λx.*(*xy*) íîðìàëüíûå.

2 (*λx.*(*xx*)*λx.*(*xx*)) íå íîðìàëèçóåì.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

Èñ÷èñëåíèå *λ*-êîíâåðñèé

Îïðåäåëåíèå

1 *λ*-Òåðì *T* íàçûâàåòñÿ íîðìàëüíûì, åñëè ê åãî ïîäòåðìàì íå ïðèìåíèìà *β*-êîíâåðñèÿ.

2 *λ*-Òåðì *T* íàçûâàåòñÿ íîðìàëèçóåìûì, åñëè ñóùåñòâóåò íîðìàëüíûé *λ*-òåðì *S* òàêîé, ÷òî *T ⇒ R*.

Ïðèìåðû

1 (*xy*), *λx.x*, *λx.*(*xy*) íîðìàëüíûå.

2 (*λx.*(*xx*)*λx.*(*xx*)) íå íîðìàëèçóåì.

3 (*λx.xx*) íîðìàëèçóåì.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

Èñ÷èñëåíèå *λ*-êîíâåðñèé

Îïðåäåëåíèå

1 *λ*-Òåðì *T* íàçûâàåòñÿ íîðìàëüíûì, åñëè ê åãî ïîäòåðìàì íå ïðèìåíèìà *β*-êîíâåðñèÿ.

2 *λ*-Òåðì *T* íàçûâàåòñÿ íîðìàëèçóåìûì, åñëè ñóùåñòâóåò íîðìàëüíûé *λ*-òåðì *S* òàêîé, ÷òî *T ⇒ R*.

Ïðèìåðû

1 (*xy*), *λx.x*, *λx.*(*xy*) íîðìàëüíûå.

2 (*λx.*(*xx*)*λx.*(*xx*)) íå íîðìàëèçóåì.

3 (*λx.xx*) íîðìàëèçóåì.

4 (*λx.z*(*λx.*((*xx*)*y*)*λx.*((*xx*)*y*))) íîðìàëèçóåì, íî... (÷òî áóäåò åãî íîðìàëüíîé ôîðìîé?)

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû ñ äûðîé

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì *λ*-òåðì ñ äûðîé èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ. Ïóñòü ñèìâîë îáîçíà÷àåò äûðó.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû ñ äûðîé

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì *λ*-òåðì ñ äûðîé èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ. Ïóñòü ñèìâîë îáîçíà÷àåò äûðó.

1  *λ*-òåðì ñ äûðîé;

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû ñ äûðîé

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì *λ*-òåðì ñ äûðîé èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ. Ïóñòü ñèìâîë îáîçíà÷àåò äûðó.

1  *λ*-òåðì ñ äûðîé;

2 åñëè *T*  *λ*-òåðì, à *R*  *λ*-òåðì ñ äûðîé, òî (*TR*) è (*RT*) *λ*-òåðìû ñ äûðîé;

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû ñ äûðîé

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì *λ*-òåðì ñ äûðîé èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ. Ïóñòü ñèìâîë îáîçíà÷àåò äûðó.

1  *λ*-òåðì ñ äûðîé;

2 åñëè *T*  *λ*-òåðì, à *R*  *λ*-òåðì ñ äûðîé, òî (*TR*) è (*RT*) *λ*-òåðìû ñ äûðîé;

3 åñëè *x*  ïåðåìåííàÿ, *R*  *λ*-òåðì ñ äûðîé, òî *λx.R*  *λ*-òåðì ñ äûðîé.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû ñ äûðîé

Îïðåäåëåíèå

Îïðåäåëèì *λ*-òåðì ñ äûðîé èíäóêöèåé ïî ïîñòðîåíèþ. Ïóñòü ñèìâîë îáîçíà÷àåò äûðó.

1  *λ*-òåðì ñ äûðîé;

2 åñëè *T*  *λ*-òåðì, à *R*  *λ*-òåðì ñ äûðîé, òî (*TR*) è (*RT*) *λ*-òåðìû ñ äûðîé;

3 åñëè *x*  ïåðåìåííàÿ, *R*  *λ*-òåðì ñ äûðîé, òî *λx.R*  *λ*-òåðì ñ äûðîé.

×åðåç *T*[*R*] îáîçíà÷èì ðåçóëüòàò çàìåíû äûðû â *λ*-òåðìå ñ äûðîé *T* íà *λ*-òåðì *R*.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû ñ äûðîé

Ïðåäëîæåíèå L1

1 Â *λ*-òåðìå ñ äûðîé èìååòñÿ ðîâíî îäíà äûðà.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû ñ äûðîé

Ïðåäëîæåíèå L1

1 Â *λ*-òåðìå ñ äûðîé èìååòñÿ ðîâíî îäíà äûðà.

2 Åñëè *T*  *λ*-òåðì ñ äûðîé, *R*  *λ*-òåðì, òî *T*[*R*] *λ*-òåðì.

Ëåêöèÿ L1 *λ*-èñ÷èñëåíèÿ

Âàäèì

Ïóçàðåíêî

Áåñòèïîâîå *λ*-èñ÷èñëåíèå

*λ*-Òåðìû ñ äûðîé

Ïðåäëîæåíèå L1

1 Â *λ*-òåðìå ñ äûðîé èìååòñÿ ðîâíî îäíà äûðà.

2 Åñëè *T*  *λ*-òåðì ñ äûðîé, *R*  *λ*-òåðì, òî *T*[*R*] *λ*-òåðì.

3 Åñëè *R*  ïîäòåðì *λ*-òåðìà *S*, òî íàéä¼òñÿ *λ*-òåðì ñ äûðîé *T*, äëÿ êîòîðîãî èìååò ìåñòî *S* = *T*[*R*].